УДК 621.438.01-15:629.7

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АВІАЦІЙНИХ ГАЗОТУРБІННИХ ДВИГУНІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ОРТОГОНАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ УОЛША

Панін В.В., Єнчев С.В.,
Національний авіаційний університет, м. Київ

У статті розглянуто основні властивості та пристрій для розрахунку коефіцієнтів Уолша – Фур'є і обґрунтовано метод ідентифікації динамічних характеристик (імпульсної перехідної функції) авіаційних газотурбінних двигунів шляхом розкладання в ряд Уолша експериментально знятої перехідної характеристики.
Ключові слова: авіаційні газотурбінні двигуни, метод ідентифікації динамічних характеристик, ряд Уолша, коефіцієнти Уолша – Фур'є.

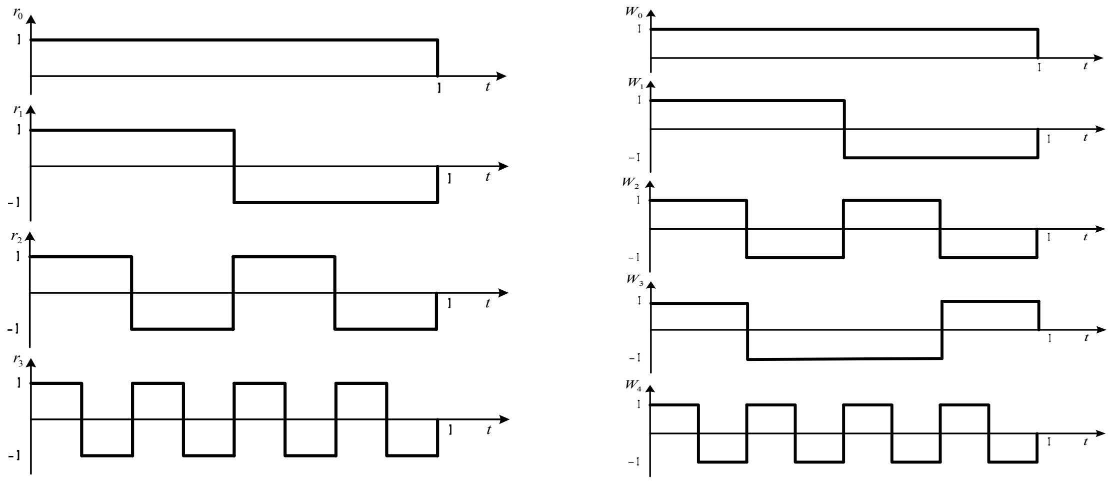
Вступ та обґрунтування актуальності дослідження. Авіаційні газотурбінні двигуни (ГТД) – це складні теплові машини спеціального призначення, що складаються з великої кількості зв’язаних систем і пристроїв, до яких висуваються вимоги отримання екстремальних значень параметрів у заданих умовах експлуатації (мінімальна питома витрата палива в номінальному режимі, максимальна тяга при зльоті тощо), а також потреба забезпечення інших експлуатаційних характеристик ГТД (висотність запуску, заданих запасів газодинамічної стійкості або появи кристалів льоду в паливі). Ці фактори призводять до постійного ускладнення конструкцій сучасних ГТД, появи нових систем і пристроїв – регульованих направляючих апаратів, клапанів перепуску повітря з компресора, регульованих систем охолодження турбіни тощо.

Це призводить до суттєвого ускладнення законів керування систем автоматичного керування в широкому діапазоні змін умов польоту, режимів роботи та зовнішніх збурень. Найбільш повно ці вимоги реалізуються за допомогою цифрових обчислювальних засобів при побудові систем автоматичного керування (САК) ГТД, які мають ряд суттєвих переваг у порівнянні з гідромеханічною апаратурою [1, 2]. Практика проектування та експлуатації систем керування ГТД показує, що цифрові САК за масою, вартістю та надійністю набагато ефективніші за гідромеханічні та забезпечують більш високу точність регулювання. Така реалізація властивостей САК неможлива без точної динамічної моделі об’єкту керування – авіаційного ГТД, тому задача розробки нових, більш точних та орієнтованих на цифрове керування, методів та методик ідентифікації динамічних характеристик ГТД є актуальною [3, 4].

Постановка задачі досліджень. Задачу дослідження сформулюємо як розробку математичних основ реалізації методу ідентифікації динамічних характеристик авіаційних ГДТ з використанням апарату розкладу імпульсної перехідної функції в ряд по ортогональним функціям Уолша.

Властивості ортогональних функцій Уолша. Розглянемо основні властивості ортогональних функцій Уолша, які використовуватимемо при розробці методу ідентифікації динамічних характеристик авіаційного ГТД. Функції Уолша відносяться до класу кусково-постійних ортогональних функцій [1], який склав основу для створення і розвитку теорії секветного аналізу, тобто дослідження процесів за допомогою несинусоїдальних функцій. Секветний аналіз виступає як альтернатива гармонійного аналізу [5]. Теорія секветного аналізу знайшла застосування в техніці зв'язку, радіолокації, теорії інформації та теорії автоматичного керування.

Систему функцій Уолша можна вивести із системи функцій Радемахера, яка є неповною системою ортонормованих функцій. Функція Радемахера з індексом m позначається $r_m(t)$, має вид послідовності прямокутних імпульсів і містить 2^{m-1} періодів на інтервалі [0, 1], приймаючи значення +1 або –1 (рис. 1, а). Виняток становить функція $r_0(t)$, яка має вид одиничного імпульсу.



а *б*

Рисунок 1. Система ортонормованих функцій: а – Радемахера; б – Уолша

Система функцій Уолша подібна функціям Радемахера і виводиться з них, але є повною системою ортонормованих функцій, тобто будь-яка абсолютно інтегрована на інтервалі [0, 1] функція може бути із заданою точністю представлена у вигляді зваженої суми кінцевого числа функцій Уолша. Між функціями Уолша $W_i(t)$ і функціями Радемахера $r_i(t)$ існує зв'язок [1]:

$$W_0(t) = r_0(t),$$
$$W_1(t) = r_1(t),$$
$$W_2(t) = (r_2(t))^1 (r_1(t))^0,$$

$$
\begin{aligned}
&W_3(t) = (r_2(t))^1 (r_1(t))^1, \\
&W_4(t) = (r_3(t))^1 (r_2(t))^0 (r_1(t))^0 \\
&W_5(t) = (r_3(t))^1 (r_2(t))^0 (r_1(t))^1, \\
&\dots\dots\dots\dots \\
&W_n(t) = (r_q(t))^\alpha (r_{q-1}(t))^\beta (r_{q-2}(t))^\gamma \cdot \dots,
\end{aligned} \tag{1}
$$

де $q = \mathrm{int}(\log_2 n) + 1$; int означає взяття найбільшого цілого;

$$2^{q-1}\alpha + 2^{q-2}\beta + 2^{q-3}\gamma + \dots = n,$$

тобто $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ – двійкове розкладання числа n.

Перші п'ять членів системи ортонормованих функцій Уолша представлені на рис. 1, б.

Для обчислення функцій Уолша $W_i(t)$ у момент часу $t \in$ [0, 1] можна скористатися виразом [1]:

$$
W_i(t) = \begin{cases} +1, \text{ если } & S_{i1} \oplus S_{i2} \oplus \dots \oplus S_{ik} = 0, \\ -1, \text{ если } & S_{i1} \oplus S_{i2} \oplus \dots \oplus S_{ik} = 1, \end{cases}
$$

де S_{ir} – розряди, в яких при двійковому розкладанні i і t одночасно знаходяться одиниці; знак $\oplus$ означає додавання за модулем 2.

Таким чином, функція Уолша дорівнює одиниці, якщо кількість розрядів, де i і t (при двійковому представленні) мають одиниці парна, і приймає значення мінус одиниці, якщо кількість розрядів непарна. Будь-якій інтегрованій на інтервалі $t \in$ [0, 1] функції $f(t)$ відповідає ряд Уолша – Фур'є [1, 2]:

$$
\begin{aligned}
&f(t) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i W_i(t), \\
&a_i = \int_0^1 f(t) \cdot W_i(t) dt \quad i = 0,1,2,\dots
\end{aligned} \tag{2}
$$

Вказаний ряд характеризується властивістю рівномірної збіжності, якщо $f(t)$ безперервна $t \in$ [0, 1], і виконується теорема Парсеваля [1]:

$$\int_0^1 [f(t)]^2 dt = \sum_{i=0}^{\infty} a_i^2 .$$

Визначення коефіцієнтів Уолша – Фур'є. Як бачимо із співвідношення (2), процедуру обчислення коефіцієнтів Уолша – Фур'є можна відносно просто реалізувати на елементах цифрової техніки. На рисунку 2 представлена схема пристрою для обчислення коефіцієнтів Уолша – Фур'є [1, 8]. Цей пристрій складається з генератора тактових імпульсів (ГТІ), аналогово-цифрового перетворювача (АЦП), генератора функцій Уолша (ГФУ), перетворювач прямого коду в додатковий (ППКД) і накопичувальний суматор (НС).

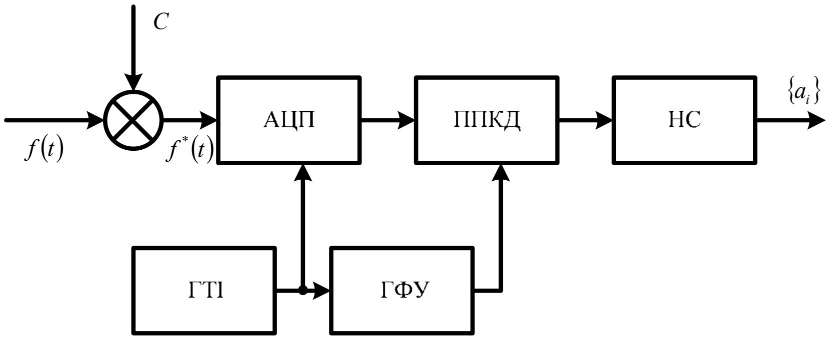


Рисунок 2. Пристрій обчислення коефіцієнтів Уолша – Фур'є

Пристрій (рис. 2) обчислює коефіцієнти розкладання a_i знакопостійного сигналу

$$f^*(t) = f(t) + C \geq 0,$$

де $C = const$, які для $i \neq 0$ є коефіцієнтами Уолша – Фур'є сигналу (функції) $f(t)$.

Відліки, представлені на виході перетворювача в прямому або додатковому коді, надходять на вхід НС. Знак чергового доданку, таким чином, залежить лише від поточного значення відповідної функції Уолша і служить сигналом управління для перетворювача. Генератор функцій Уолша реалізується на основі двійкових дільників частоти та пристрою, що реалізовує логічну функцію рівнозначності. Це випливає з визначення функцій Уолша, як добутку функцій Радемахера (1).

Розклад імпульсної перехідної функції в ряд по функціям Уолша. Імпульсна перехідна функція (ІПФ) авіаційних ГТД є повною динамічною характеристикою двигуна у випадку лінеаризованого його математичного опису. Для аналізу динаміки ГТД з метою контролю, діагностування або синтезу системи автоматичного керування необхідне представлення математичної моделі ГТД у вигляді передатної функції або системи диференціальних рівнянь. Для визначення параметрів таких моделей заданої структури за відомими коефіцієнтами розкладу ІПФ у ряд по функціям Уолша пропонується алгоритм, який повинен містити визначення коефіцієнтів розкладу ІПФ за перехідною функцією та оптимізаційну процедуру пошуку параметрів моделі ГТД.

За відомої ІПФ $\omega(t)$ i-й коефіцієнт розкладу a_i^* в ряд за функціями Уолша визначається за формулою:

$$a_i^* = \frac{1}{T}\int_0^T \omega(t) W_i(t)\,dt.$$

Так як функції Уолша мають кусково-постійний характер, останній вираз можна перетворити:

$$a_i^* = \frac{1}{T}\sum_{k=0}^{N-1} W_i(k\delta)\int_{k\delta}^{(k+1)\delta} \omega(t)\,dt = \frac{1}{T}\sum_{k=0}^{N-1} W_i(k\delta)\left[h(k\delta+\delta) - h(k\delta)\right]. \tag{3}$$

Визначення перехідної функції за відомої моделі не викликає ускладнень і за виразом (3) будується простий та ефективний алгоритм визначення коефіцієнтів розкладу $a_i^*(P)$ при заданому векторі параметрів моделі P. Параметри моделі, що відповідають ІПФ з коефіцієнтами розкладу a_i, визначаються з умови мінімізації квадратичного функціоналу:

$$Q(P)=\sum_{i=0}^{n}\left[a_i-a_i(P)\right]^2 . \tag{4}$$

Для визначення мінімального значення $Q(P)$ можна скористатися одним з прямих методів пошуку екстремуму. Початкове наближення P^0 можна отримати за допомогою методів естимації за ІПФ, відновленої по заданим коефіцієнтам розкладу a_i. Ітераційний цикл пошуку мінімуму розпочинається зі систематичного пошуку по r ортогональним напрямкам (r – розмірність вектора P) почерговою зміною компоненти P_i вектора на величину пробного кроку $\pm h$, який у процесі пошуку може зменшуватися. Якщо під час ітерації отримано покращення функціоналу (4), то визначається напрямок спуску у вигляді вектора-градієнта G, величина компонентів g_i якого береться пропорційною ступеню покращення функціонала у відповідних напрямках.

Висновок. У роботі систематизовано інформацію щодо використання ідентифікації динамічних характеристик шляхом розкладу в ряд Уолша. Показано можливість використання даного методу ідентифікації для визначення динамічних характеристик авіаційних ГТД. Причому таку важливу динамічну характеристику, як ІПФ ГТД можна визначити шляхом розкладу перехідної характеристики в систему ортогональних функцій Уолша. Для технічної реалізації методу необхідна його деталізація на рівні машинних алгоритмів та розробки критерію зупинки алгоритму розкладу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Многоуровневое управление динамическими объектами / [В.И. Васильев, Ю.М. Гусев, В.Н. Ефанов и др.]; под ред. В.Ю. Рутковского и С.Д. Землякова. – М.: Наука, 1987. – 309 с.

2. Автоматический контроль и диагностика систем управления силовыми установками летательных аппаратов / [В.И. Васильев, Ю.М. Гусев, А.И. Иванов и др.]. – М.: Машиностроение, 1989. – 240 с.

3. Идентификация систем управления авиационных газотурбинных двигателей / [В.Г. Августинович, В.А. Акиндинов, Б.В. Боев и др.]; под ред. В.Т. Дедеша. – М.: Машиностроение, 1984. – 200 с.

4. Нечаев Ю.Н. Законы управления и характеристики авиационных силовых установок. – М.: Машиностроение, 1995. – 400 с.

5. Хармут Х. Теория секветного анализа. – М.: Мир, 1980. – 574 с.

6. Волянська Л.Г., Панін В.В., Гаоюн Сунь. Методи і засоби підвищення газодинамічної стійкості компресорів газотурбінних двигунів: монографія. – К.: НАУ, 2005. – 200 с.
7. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. – М.: Мир, 1975. – 682 с.
8. А.с. 1068946 СССР, МКИ G 06 F 15/332. Устройство для вычисления коэффициентов Уолша / Ю.М. Гусев, В.А. Семеран, М.К. Гизатуллин. – Опубл. 1984, Бюл. № 3.

Панин В.В., Енчев С.В. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК АВИАЦИОННЫХ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ УОЛША

В статье рассмотрены основные свойства и устройство для расчета коэффициентов Уолша – Фурье и обоснован метод идентификации динамических характеристик (импульсной переходной функции) авиационных газотурбинных двигателей путем разложения в ряд Уолша экспериментально снятой переходной характеристики.

Ключевые слова: авиационные газотурбинные двигатели, метод идентификации динамических характеристик, ряд Уолша, коэффициенты Уолша – Фурье.

Panin V.V., Enchev S.V. IDENTIFICATION OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF AIRCRAFT GAS-TURBINE ENGINES WITH THE USE OF ORTOGONAL WALSH'S FUNCTIONS

In the article basic properties and device are considered for the calculation of Walsh – Fourier coefficients and the method of identification of dynamic characteristics (impulse transition function) of aircraft gas-turbine engines is substantiated by taking a Walsh series expansion of the experimentally taken transition characteristic.

Key words: aircraft gas-turbine engines, the method of identification of dynamic characteristics, a Walsh series expansion, Walsh – Fourier coefficients.