

УДК 629.439

## РЕДУКЦИОННЫЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ УПРАВЛЕНИЙ МАГНИТОЛЕВИТИРУЮЩЕГО ПОЕЗДА

**Поляков В. А.**, к.т.н., старший научный сотрудник Института транспортных систем и технологий НАН Украины, г. Днепр, ORCID: 0000-0002-4957-8028;

**Хачапуридзе Н. М.**, к.т.н., с.н.с., заместитель директора по научной работе Института транспортных систем и технологий НАН Украины, г. Днепр, ORCID 0000-0003-0682-6068

Тяговая (ТС), левитационная (ЛС) и направляющая (НС) силы магнитолевитирующего поезда (МЛП) являются его основными управлениями. Они возникают в процессе полевых взаимодействий сверхпроводящих подвижных (СПК), трёхфазных неподвижных (ТНК), а также дискретных путевых (ДПК) контуров. Целью настоящего исследования является редуцирование описания упомянутых управлений. **Методика.** Одним из наиболее универсальных инструментов исследования электромеханических процессов является их математическое и, в частности, компьютерное моделирование. Преимущества этого инструмента делают ещё более важной селективность выбора методики проведения исследования. Особую актуальность это приобретает по отношению к столь большим и сложным системам, какими являются МЛП. Поэтому особое внимание в работе уделено синтезу исследовательской парадигмы. **Результаты.** СПК движутся относительно ТНК и ДПК. При традиционном подходе к рассмотрению исследуемых процессов, это приводит к нестационарности описывающих их моделей и, как следствие, – к существенному затруднению изучения динамики МЛП. Предлагаемый редуцированный подход к моделированию позволяет нивелировать указанное затруднение. **Научна новизна.** Приоритетность создания такой парадигмы составляет научную новизну исследования. **Практическая значимость.** Основным проявлением практической значимости работы является возможность, в случае использования её результатов, существенного повышения эффективности динамических исследований МЛП при одновременном снижении их ресурсоёмкости.

**Ключевые слова:** магнитолевитирующий поезд; математическое моделирование; редуцированная исследовательская парадигма.

**Введение.** Предназначением транспортного комплекса с магнитолевитирующими поездами (МЛП) является осуществление перевозочного процесса. Для эффективного и безопасного выполнения этой функции движение поезда должно гарантированно обладать рядом свойств, являющихся его целями. Их достижение, однако, обычно затруднено рядом факторов, основным из которых является непредсказуемость естественных возмущений. Что бы результирующее движение МЛП было желаемым, он подвергается искусственным управлениям. Обычно, это – тяговые (ТС), левитационные (ЛС) и направляющие (НС) силы [1].

**Задача работы.** Рациональный способ создания таких сил – использование линейного синхронного двигателя (ЛСД), состоящего из сверхпроводящих подвижных (СПК) и трёхфазных неподвижных (ТНК) контуров, в сочетании с неподвижными же дискретными путевыми контурами (ДПК) [1]. Упомянутые усилия – это результат электромеханического энергопреобразования при взаимодействии полей токов СПК и ТНК, а также ДПК. Описывающие динамику возникновения таких управлений соотношения, при традиционном способе рассмотрения [1], являются не стационарными, что существенно затрудняет их исследования. Поэтому весьма актуальным является создание парадигмы, позволяющей редуцировать моделирование упомянутых управлений. Синтез такой парадигмы является основной задачей настоящей работы.

**Методика работы.** Паттерном ТС, ЛС или НС является взаимодействие тока элемента СПК с полем токов ТНК, или ДПК. Любое такое взаимодействие может быть описано выражением закона Ампера [2]:

$$f_{\lambda\chi} = l_{\lambda\chi} \cdot i_s^{\lambda\chi} \cdot B_{\lambda\chi} \cdot \sin \alpha_{\lambda\chi}, \quad (1)$$

где  $f_{\lambda\chi}$  – сила, действующая на  $\chi$ -ый элемент  $\lambda$ -го СПК;  $l_{\lambda\chi}, i_s^{\lambda\chi}, B_{\lambda\chi}, \alpha_{\lambda\chi}$  – длина

элемента, ток в нём, индукция поля, в котором он находится, а также угол между  $\overline{i_s^{\lambda\chi}}$  и  $\overline{B_{\lambda\chi}}$ .

Расчётные схемы СПК, ТНК и ДПК целесообразно принять, соответственно, в виде набора гальванически не связанных токопроводящих прямоугольных рамок, соответствующих контурам криомодулей, трёхфазной электрической сети, каждой фазе которой соответствует отдельный контур, а также пар идентичных прямоугольных катушек, соединённых согласно нуль-поточной схеме, как между собой, так и с парой катушек, расположенной соосно, но на иной стороне поезда [1]. В произвольный момент времени, ТС, ЛС или НС определимы как векторные суммы величин  $\overline{f_{\lambda\chi}} \forall \lambda \in [1, N], \chi \in [1, 4]$ , каждая из которых – это результат взаимодействия поля тока одного из элементов СПК с полем токов ТНК, или ДПК. В последнем выражении,  $N$  – число криомодулей МЛП.

Взаимодействие полей токов СПК с полями ТНК, или ДПК может быть описано уравнениями второго закона Кирхгофа [2], которым в инерциальной системе отсчёта  $Q\varepsilon^\rho \forall \rho \in [n_{jc}, n_{lc}]$  ( $n_{jc}, n_{lc}$  – номера первого и последнего из рассматриваемых контуров), может быть придан вид:

$$u_\rho = L_{\rho\rho} \cdot \frac{d}{dt} i^\rho + L_{\rho\mu} \cdot \frac{d}{dt} i^\mu + r_\rho \cdot i^\rho \quad \forall \rho, \mu \in [n_{jc}, n_{lc}], \quad (2)$$

где  $u_\rho, L_{\rho\rho}, L_{\rho\mu}, r_\rho \forall \rho, \mu \in [n_{jc}, n_{lc}]$  – результирующие э. д. с., собственные и взаимные индуктивности, а также омические сопротивления контуров;  $i^\rho, i^\mu \forall \rho, \mu \in [n_{jc}, n_{lc}]$  – токи в них;  $t$  – текущее время.

Благодаря принятым конструкционным мерам [1], значения токов  $\overline{i_s^{\lambda\chi}} \forall \lambda \in [1, K]$ , изменяются достаточно медленно и, на интервалах, соизмеримых со временем наблюдения движения поезда, могут считаться равными между собой и постоянными:

$$\overline{i_s^{\lambda\chi}} = i_s = const \quad \forall \lambda \in [1, N]. \quad (3)$$

СПК движутся относительно ТНК и ДПК. Поэтому многие из величин  $L_{\rho\rho}, L_{\rho\mu} \forall \rho, \mu \in [n_{jc}, n_{lc}]$  имеют циклически изменяющиеся во времени значения. Это, в свою очередь, приводит к нестационарности коэффициентов уравнений (2) и, в конечном итоге, существенно затрудняет исследование динамики системы [3]. С целью устранения указанного недостатка, реализацию слагающих ТС, ЛС и НС МЛП следует исследовать относительно координатных систем, в каждой из которых рассматриваемый СПК и учитываемые во взаимодействии с ним ТНК, а также ДПК условно взаимно неподвижны. В таком качестве, удобнее всего принять отсчётные системы  $C_\lambda \eta^\mu \forall \lambda \in [1, N], \mu \in [1, 3]$ , каждая из которых жёстко связана с  $\lambda$ -ым СПК. Инерциальными  $C_\lambda \eta^\mu \forall \lambda \in [1, N], \mu \in [1, 3]$ , в общем случае, не являются. В то же время, весьма желательно [4], чтобы уравнения, описывающие динамику электромагнитного компонента взаимодействия СПК с ТНК и ДПК, имели тензорный характер. Такие уравнения могут быть получены [5], из равенств типа (2) путём замены в них локальных производных  $\frac{d}{dt}$  абсолютными  $\frac{D}{dt}$ , а также перехода к координатам  $\eta_\alpha^\mu \forall \lambda \in [1, N], \mu \in [1, 3]$ . Соотношение между упомянутыми производными, как известно, имеет вид [5]:

$$\frac{D}{dt} \eta_\alpha^\mu = \frac{d}{dt} \eta_\alpha^\mu + e_{\mu\alpha\nu} \cdot \omega_\alpha \cdot \eta_\alpha^\nu \quad \forall \mu, \nu \in [1, 3], \quad (4)$$

где  $e_{\mu\alpha\nu} \forall \mu, \nu \in \overline{[1,3]}$ ,  $\omega_\alpha$  – символ Леви-Чивита, а также вектор угловой скорости вращения  $C_\alpha \eta^\mu \forall \mu \in \overline{[1,3]}$ .

После указанной замены, соотношения, полученные из (2), приобретают тензорный характер. Поэтому, в частности, их форма становится инвариантной по отношению к координатам, в которых они записаны. Переход же к координатам  $\eta^\mu \forall \mu \in \overline{[1,3]}$  осуществим согласно выражениям:

$$\eta^\mu = \mathcal{G}_\rho^\mu \cdot \varepsilon^\rho \forall \rho \in \overline{[n_{fc}, n_{lc}]}; \mu \in \overline{[1,3]}, \quad (5)$$

где  $\mathcal{G}_\rho^\mu$  – матрица преобразования координат:

$$\mathcal{G}_\rho^\mu = \frac{\partial \eta^\mu}{\partial \varepsilon^\rho} \forall \rho \in \overline{[n_{fc}, n_{lc}]}; \mu \in \overline{[1,3]}. \quad (6)$$

На оси  $\eta^\mu \forall \mu \in \overline{[1,3]}$  и  $\varepsilon^\rho \forall \rho \in \overline{[n_{fc}, n_{lc}]}$  могут проецироваться любые векторные величины, характеризующие электродинамику взаимодействия СПК с ТНК, а также ДПК в системах отсчёта соответственно  $C_\alpha \eta^\mu \forall \mu \in \overline{[1,3]}$  и  $Q\varepsilon^\rho \forall \rho \in \overline{[n_{fc}, n_{lc}]}$ . В частности, ими могут быть векторы токов, э. д. с. и индукции полей.

Выражения для связей вида:

$$\eta^\mu = \eta_\alpha^\mu (\varepsilon^\rho) \forall \rho \in \overline{[n_{fc}, n_{lc}]}; \mu \in \overline{[1,3]}, \quad (7)$$

могут быть получены исходя из того, что [3], в процессе описываемого координатного преобразования, его инвариантами являются амплитуды токов в рассматриваемых контурах, а также их э. д. с.

С помощью же матрицы:

$$\mathcal{G}_\mu^\rho = \frac{\partial \varepsilon^\rho}{\partial \eta^\mu} = (\mathcal{G}_\rho^\mu)^T \forall \rho \in \overline{[n_{fc}, n_{lc}]}; \mu \in \overline{[1,3]}, \quad (8)$$

осуществимо обратное преобразование:

$$\varepsilon^\rho = \mathcal{G}_\mu^\rho \cdot \eta^\mu \forall \rho \in \overline{[n_{fc}, n_{lc}]}; \mu \in \overline{[1,3]}. \quad (9)$$

После указанных преобразований, уравнения, полученные из (2) путём их трансформации в триэдр  $C_\alpha \eta^\mu \forall \mu \in \overline{[1,3]}$  с использованием соотношений (4) и (5), приобретают вид:

$$u_\rho = L_{\rho\rho} \cdot \left( \frac{d}{dt} i^\rho + e_{\rho\alpha\nu} \cdot \omega_\alpha \cdot i^\nu \right) + L_{\rho\mu} \cdot \left( \frac{d}{dt} i^\mu + e_{\mu\alpha\theta} \cdot \omega_\alpha \cdot i^\theta \right) + r_\rho \cdot i^\rho \forall \rho, \nu, \mu, \theta \in \overline{[1,3]}. \quad (10)$$

Эти уравнения являются тензорными и стационарными, что радикально упрощает моделирование ТС, ЛС и НС МЛП. Они описывают токовую динамику тягового и левитационно-направляющего узлов МЛП в координатах  $i^\mu \forall \mu \in \overline{[1,3]}$ . После их (как правило – численного) разрешения относительно этих переменных, последние, с использованием соотношений (9), могут быть преобразованы в координаты  $i^\rho \forall \rho \in \overline{[n_{fc}, n_{lc}]}$ , значения которых определяют реальные токи в цепях ТНК и ДПК.

**Результаты работы.** Редуцированы уравнения электродинамики тягового и левитационно-направляющего узлов МЛП, являющиеся ключевыми при моделировании его основных управляющих воздействий.

**Научная новизна работы и её практическая значимость.** Научную новизну исследования составляет приоритетность создания редуцированной парадигмы моделирования управлений МЛП. Основным проявлением практической значимости работы является возможность, в случае использования её результатов, существенного повышения эффективности динамических исследований МЛП при одновременном снижении их ресурсоёмкости.

**Выводы.** Использование созданной редуцированной парадигмы моделирования ТС, ЛС и НС МЛП позволит существенно облегчить и упростить этот процесс. Этим будет повышена эффективность динамических исследований поезда и снижена их ресурсоёмкость.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Высокоскоростной магнитный транспорт с электродинамической левитацией / В. А. Дзензерский, В. И. Омеляненко, С. В. Васильев, В. И. Матин, С. А. Сергеев – К. : Наук. думка, 2001. – 479 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи / Л. А. Бессонов – М. : Высш. шк., 1996. – 578 с.
3. Электрические машины (специальный курс) / Г. А. Сипайлов, Е. В. Кононенко, К. А. Хорьков – М.: Высш. шк., 1987. – 287 с.
4. Крон Г. Применение тензорного анализа в электротехнике / Г. Крон – М., Л.: Госэнергоиздат, 1955. – 275 с.
5. Рашевский П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ / П. К. Рашевский – М.: Наука, 1967. – 644 с.

## REFERENCES

1. Dzenzerskij V. A., Omel'janenko V. I., Vasil'ev S. V., V. I. Matin V. I., Sergeev S. A. (2001) Vysokoskorostnoj magnitnyj transport s jelektrodinamicheskoy levitaciej. Kyev : Nauk. dumka.
2. Bessonov L. A. (1996) Teoreticheskie osnovy jelektrotehniky: Jelektricheskie cepi. Moscow : Vish. shk.
3. Sipajlov G. A, Kononenko E. V. & Hor'kov K. A. (1987) Jelektricheskie mashiny (special'nyj kurs). Moscow : Vish. shk.
4. Kron G. (1955) Primenenie tenzornogo analiza v jelektrotehnikе. Moscow, Leningrad: Gosenergoizdat.
5. Rashevskij P. K. (1967) Rimanova geometrija i tenzornyj analiz. Moscow : Nauka.

## **Поляков В. О., Хачапуридзе М. М. РЕДУКЦІЙНИЙ ПІДХІД ДО МОДЕЛЮВАННЯ УПРАВЛІНЬ МАГНІТОЛЕВІТУЮЧОГО ПОЇЗДА**

*Тягова (ТС), левітаційна (ЛС) і спрямовуюча (СС) сили магнітолевітуючого поїзда (МЛП) є його основними управліннями. Вони виникають у процесі польових взаємодій надпровідних рухомих (НРК), трифазних нерухомих (ТНК), а також дискретних колійних (ДКК) контурів. Метою даного дослідження є редукування опису згаданих управлінь. **Методика.** Одним з найбільш універсальних інструментів дослідження електромеханічних процесів є їхнє математичне і, зокрема, комп'ютерне моделювання. Переваги цього інструменту роблять ще більш важливою селективність вибору методики проведення дослідження. Особливої актуальності це набуває по відношенню до настільки великих і складних систем, якими є МЛП. Тому особливу увагу в роботі приділено синтезу дослідницької парадигми. **Результати.** НРК рухаються щодо ТНК та ДКК. При традиційному підході до розгляду досліджуваних процесів, це призводить до нестационарності моделей, які їх описують і, як наслідок, – до істотного ускладнення вивчення динаміки МЛП. Пропонований редуційний підхід до моделювання дозволяє нівелювати вказане утруднення. **Наукова новизна.** Пріоритетність створення такої парадигми становить наукову новизну дослідження. **Практична значущість.** Основним проявом практичної значущості роботи є можливість, у разі використання її результатів, істотного підвищення ефективності динамічних досліджень МЛП при одночасному зниженні їхньої ресурсоємності.*

**Ключові слова:** магнітолевітуючий поїзд; математичне моделювання; редуційна дослідницька парадигма.

**Polyakov V.O., Khachapuridze M.M.** SIMPLIFIED APPROACH TO SIMULATION OF AN MAGNETICALLY LEVITATED TRAIN'S CONTROLES

*Traction (TF), levitation (LF) and guide (GF) forces of the magnetically levitated train (MLT) are it's main controls. They arise in the field interaction process of the superconducting mobile's (SMC), three-phase stationary's (TSC) and discrete contour's on the way (DWC). The purpose of this study is to reduce the description of the mentioned controls. **Methodology.** One of the most universal tools for electromechanical processes studying is their mathematical and, in particular, computer modeling. Advantages of this tool make even more important the selectivity of research's carrying out technique choosing. This is particularly relevant in relation to such large and complex systems as MLT. Therefore, special attention in the study is paid to the synthesis of the research paradigm. **Results.** SMC are moving relative to TSC and DWC. With the traditional approach to the research of the processes under study, this leads to the nonstationarity of the models that describe them and, as a consequence, - to a significant difficulty in studying the dynamics of MLT. The proposed simplifying approach to modeling makes it possible to eliminate this difficulty. **Scientific novelty.** The priority of creating such a paradigm is the scientific novelty of the research. **Practical significance.** The main manifestation of the practical significance of the work is the possibility, in the case of using its results, to significantly increase the effectiveness of dynamic MLT research while reducing their resource intensity.*

*Key words:* magnetically levitated train; math modeling; simplifying research paradigm.

© Поляков В. О., Хачапуридзе М. М.

Статтю прийнято  
до редакції 28.12.18