

ІНЖЕНЕРНІ НАУКИ

УДК 621.58:519+[621.89+669.7]:621.58

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ НАМОРОЖУВАННЯ
ЛЬОДУ ТА УПРАВЛІННЯ РОБОТОЮ БАРАБАННОГО
ЛЬОДОГЕНЕРАТОРА**

*Оніщенко В.Т., Занько О.М., Гришкорін А.Г.,
Одеська національна морська академія*

Вступ. Серед різних видів льоду, що виробляють існуючі типи льодогенераторів, лускатий лід (ice slurry) виділяється міцнісними властивостями, довгостроковим зберіганням, якщо його окремі частинки на момент сколювання з поверхні барабану мають середньомасову температуру, нижчу за мінус 6–7 °С. Це зумовлює широке застосування лускатого льоду в енергозберігаючих системах, переробних галузях агропромислового комплексу, як компонент вторинних холодоносіїв, при ремонті корпусів суден, у системах акумуляції холоду та кондиціонування повітря на суднах та на промислових підприємствах [1–3]. Прямих експериментальних досліджень динаміки формування тонкого (1–3 мм) шару льоду на поверхні барабану льодогенератора майже немає, а математичні моделі відповідного процесу частіше носять характер балансових співвідношень [4–6]. Такі моделі дають можливість розрахувати загальну продуктивність льодогенератора, не можуть бути проаналізовані відносно динаміки зміни товщини шару льоду в часі, не дозволяють розробити алгоритми проектування льодогенератора та його управління для реалізації виробництва різних за характеристиками частинок льоду тощо. Більш ефективними в цьому плані є математичні моделі, що базуються на нелінійних крайових задачах теплопровідності, як це в лінійному варіанті показано в [1, 3]. Тому в даній роботі вибрано саме цей напрям у моделюванні процесів наморожування льоду з урахуванням специфіки процесів тепломасообміну, зокрема, рухомості границі розділу фаз вода-лід, урахування теплоти, що переносить стефанів потік молекул.

Міжнародні угоди щодо вилучення фреонів та їх розчинів з холодильної техніки ведуть до “повернення” в цю техніку аміаку та діоксиду вуглецю, актуальності задач із удосконалення відповідних існуючих охолоджувальних систем. Суттєву перспективу тут мають аміачні холодильні установки з мастилом, що розчинне в аміаку [7, 8]. Тут реально досягати високих значень коефіцієнтів тепловіддачі при кипінні аміаку, достатньо повно використати його термодинамічну ефективність, малі масові дози заправки в холодильну систему, відносну малу екологічну небезпечність. Тому в даній роботі більш доцільно провести розрахунки на прикладі саме аміачного барабанного льодогенератора.

Теплофізичні властивості конструкційних матеріалів, води (водного розчину) та льоду, їх залежність від температури мають грати суттєву роль у динаміці наморожування льоду та його властивостей, продуктивності льодогенератора та його економічної ефективності. У цьому плані нержавіюча сталь 12Х18Н10Т задовольняє багатьом вимогам як конструкційний матеріал для барабану, але має суттєвий недолік — низькі значення теплопровідності. Алюміній-магнієві сплави типу АмГ5, АмГ6 можуть стати тут задовільною альтернативою [1, 9].

Математична модель та розрахункові співвідношення.

Моделювання процесу наморожування льоду здійснено шляхом формулювання крайової задачі теплопровідності з рухомою границею розділу фаз вода–лід. Як уже відмічалось, такий підхід є більш доцільним, оскільки дозволяє взаємопогодженим чином обчислити найбільшу кількість факторів, які впливають на протікання процесу та мають практичне значення. Найбільш серйозне припущення при формулюванні крайової задачі в циліндричній системі координат, яке необхідно зробити, це незалежність температурних полів від кутової координати. Це обумовлено малими значеннями теплопровідності льоду при зміні його товщини $\delta(\tau)$ зі зміною кутової координати (те ж саме, зі зміною часу обертання барабана τ).

Позначивши внутрішній радіус барабана через r_0 , товщину цієї стінки через R , запишемо рівняння теплопровідності разом з граничними та початковими умовами для температурних полів шару льоду – $t(r, \tau)$, стінки барабану – $t_m(r, \tau)$:

$$c(t) \rho(t) \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda(t) \cdot r \cdot \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad \tau > 0, r \in [r_0 - \delta(\tau), r_0], \quad (1)$$

$$c_m(t) \rho_m(t) \frac{\partial t_m(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_m(t_m) \cdot r \cdot \frac{\partial t_m(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad \tau > 0, r \in [r_0, r_0 + R], \quad (2)$$

$$t(r_0, \tau) = t_m(r_0, \tau) = t_{cm}(\tau), \quad (3)$$

$$\lambda(t(r_0, \tau)) \frac{\partial t(r_0, \tau)}{\partial r} = \lambda_m(t_m(r_0, \tau)) \frac{\partial t_m(r_0, \tau)}{\partial r}, \quad (4)$$

$$-\lambda_m(t_m(r_0 + R, \tau)) \frac{\partial t_m(r_0 + R, \tau)}{\partial r} = \alpha_0 \cdot [t_m(r_0 + R, \tau) - t_0], \quad (5)$$

$$-\lambda(t(r_0 - \delta(\tau), \tau)) \cdot N \cdot \frac{\partial t(r_0 - \delta(\tau), \tau)}{\partial r} = \alpha_B \cdot N \cdot [t_B - t(r_0 - \delta(\tau), \tau)] + \rho(t_{kp}) \cdot L(t_{kp}) \cdot \frac{d\delta(\tau)}{d\tau}, \quad (6)$$

$$t(r_0 - \delta(\tau), \tau) = t_{kp}, \quad (7)$$

$$t_m(r,0) = f(r), \quad (8)$$

$$\delta(0) = 0. \quad (9)$$

Тут і нижче індекс “m” відносить теплофізичні властивості та температуру до матеріалу барабана льодогенератора, індекс „0” відносить температуру t_0 та коефіцієнт тепловіддачі α_0 до киплячого холодоагента, а температура t_B і коефіцієнт тепловіддачі α_B відносяться до потоку води чи розсолу, що омиває стінку барабана чи шар уже намороженого льоду. Відповідно $t_{кр}$ є температурою початку кристалізації води з розчину чи чистої води (0°C), $\rho(t_{кр})$ – густиною льоду і $L(t_{кр})$ – теплотою фазового перетворення вода – лід при цій температурі. Гранична умова (3) „зшиває” температурні поля на границі стінка барабана – лід, а (4) – „зшиває” теплові потоки на цій границі. Гранична умова (5) прирівнює теплові потоки на границі киплячий холодоагент – стінка барабана, а умова (6) відповідно задає баланс теплових потоків на границі лід – вода (розсіл). Права частина (6) ураховує конвективний тепловий потік між рідиною і поверхнею льоду та теплоту фазового перетворення вода – лід, що виділяється на цій же границі. При цьому наморожування льоду відбувається за рахунок молекул води, що рухаються перпендикулярно поверхні намерзаючого льоду (стефанів потік), [6]. З іншого боку, потік цих молекул води з пограничного дифузійного шару, призводить до змін у динамічному і тепловому пограничних шарах, відповідно збільшує коефіцієнт тепловіддачі на цій границі та градієнт температур. Якщо припустити, що це збільшення двох величин однакове, у N разів зліва та справа від границі, то одержимо граничну умову (6). Початкові умови (8, 9) формально очевидні, функція $f(r)$ має враховувати неперервність сколювання льоду з поверхні барабана.

Звернемо увагу на однорідність диференціальних рівнянь (1, 2) та можливість [10] побудови скінченно-різницевої апроксимації крайової задачі з локальним усередненням значень теплофізичних властивостей конструкційного матеріалу та лускатого льоду в околах $efgh$ кожного окремого вузла інтегрування, тобто при виконанні не рівнянь (1, 2), а співвідношення виду ($efgh$ – прямокутній контур, що охоплює (x_i, τ_j) вузол скінченно-різницевої схеми)

$$\iint_{efgh} r \cdot c(t) \rho(t) \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial \tau} \cdot dr d\tau = \iint_{efgh} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda(t) \cdot r \cdot \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right) \cdot dt d\tau.$$

Для чисельного аналізу крайової задачі (1, 9) можливо також використати і так званий метод прямих – тут похідні температурного поля в часі τ апроксимуються кінцево-різницевими співвідношеннями, а рівняння, що виникають, разом із граничними умовами інтегруються як звичайні диференціальні рівняння (температурне поле в наступний момент часу

виражається як інтеграл, що залежить від параметра та температурного поля в попередній момент часу). Підінтегральні вирази містять при цьому ядра – різниці перехресних добутоків модифікованих функцій Бесселя першого і другого родів, нульового та першого порядків.

У лінійному варіанті ($c, \rho, \lambda = \text{Const}$) крайова задача (1-9) може бути розв’язана в термінах рядів Фур’є за власними функціями Бесселя першого та другого роду. Але, для розрахунку характеристик процесів тонкошарового намерзання льоду протягом декількох секунд таке рішення не може бути реалізовано чисельно, оскільки такі ряди Фур’є дуже повільно збігаються. Простий напівемпіричний розв’язок одержимо тут, якщо використати стаціонарний розподіл температур у циліндричній стінці і, відповідно, шукати його у вигляді функцій

$$t(r, \tau) = C_1 \cdot \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) + C_2, \quad t_m(r, \tau) = C_3 \cdot \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) + C_4. \quad (10)$$

При цьому не будемо задовольняти рівняння (1, 2), а тільки (3-9). Послідовна підстановка (10) в (3, 4, 5, 7) приводить до $C_2 = C_4 = t_{ct}(\tau)$, $\lambda C_1 = \lambda_m C_3$ та виразу для розрахунку температури стінки (3) в часі

$$t_{cm}(\tau) = \frac{\frac{\lambda \cdot \lambda_m t_{kp} + \lambda \cdot \alpha_0 \cdot t_{kp} \cdot \ln \frac{r_0 + R}{r_0} - \lambda_m \alpha_0 \cdot t_0 \cdot \ln \frac{r_0 - \delta(\tau)}{r_0}}{\frac{\lambda \cdot \lambda_m}{r_0 + R} + \lambda \cdot \alpha_0 \cdot \ln \frac{r_0 + R}{r_0} - \lambda_m \alpha_0 \cdot \ln \frac{r_0 - \delta(\tau)}{r_0}}}{\frac{\lambda \cdot \lambda_m t_{kp} + \lambda \cdot \alpha_0 \cdot t_{kp} \cdot \ln \frac{r_0 + R}{r_0} - \lambda_m \alpha_0 \cdot t_0 \cdot \ln \frac{r_0 - \delta(\tau)}{r_0}}{\frac{\lambda \cdot \lambda_m}{r_0 + R} + \lambda \cdot \alpha_0 \cdot \ln \frac{r_0 + R}{r_0} - \lambda_m \alpha_0 \cdot \ln \frac{r_0 - \delta(\tau)}{r_0}}} \quad (11)$$

Температурне поле шару льоду змінюється в часі як

$$t(r, \tau) = t_{ct}(\tau) - \frac{\lambda_m \cdot \alpha_0 \cdot [t_{ct}(\tau) - t_0]}{\frac{\lambda \cdot \lambda_m}{r_0 + R} + \lambda \cdot \alpha_0 \cdot \ln \frac{r_0 + R}{r_0}} \cdot \ln \frac{r}{r_0}. \quad (12)$$

Підстановка виразу (12) до граничної умови Стефана (6) призводить до звичайного диференційного рівняння з розділючими змінними

$$d\tau = \frac{\rho \cdot L \cdot Z}{N \cdot E} \cdot [r_0 - \delta(\tau)] \cdot d\delta(\tau), \quad (13)$$

$$z = \frac{\lambda \cdot \lambda_m}{r_0 + R} + \lambda \cdot \alpha_0 \cdot \ln \frac{r_0 + R}{r_0} - \lambda_m \alpha_0 \cdot \ln \frac{r_0 - \delta(\tau)}{r_0},$$

$$E = \lambda \cdot \lambda_m \cdot \alpha_0 (t_{kp} - t_0) - \alpha_B [r_0 - \delta(\tau)] (t_B - t_{kp}) \cdot z.$$

Якщо ввести малий параметр $x = \frac{\delta(\tau)}{r_0} \ll 1$, то рівняння (13) можна переписати у вигляді

$$d\tau = C \left\{ 1 - \frac{B}{B + (1-x)[A - \ln(1-x)]} \right\} dx, \quad (14)$$

$$\text{де } A = \frac{\lambda}{\alpha_0(r_0 + R)} + \frac{\lambda \cdot \ln\left(\frac{r_0 + R}{r_0}\right)}{\lambda_m}, \quad B = \frac{\lambda(t_{kp} - t_0)}{\alpha_B r_0(t_{kp} - t_B)}, \quad C = \frac{\rho \cdot L \cdot r_0}{N \alpha_B(t_{kp} - t_B)}.$$

Розклад правої частини в ряд по x дає можливість провести наближене інтегрування (14)

$$\tau = C \left\{ x - B \left[C_0 x + C_1 \frac{x^2}{2} + C_2 \frac{x^3}{3} + C_3 \frac{x^4}{4} + \dots \right] \right\} \quad (15)$$

При цьому ряд у квадратних дужках достатньо швидко збігається, а

$$C_0 = \frac{1}{A + B},$$

$$C_1 = \frac{A - 1}{(A + B)^2}, \quad C_2 = \frac{2(1 - A)^2 + A + B}{2(A + B)^3}, \quad C_3 = \frac{(A + B)^2 - 6(1 - A)^3 - 6(A + B)(1 - A)}{6(A + B)^4}.$$

Інтегруванням (12) знаходимо також середньооб'ємну температуру частинок льоду, що утворились за час τ (один оберт барабана)

$$t_v(\tau) = \frac{2}{2r_0\delta - \delta^2} \int_{r_0 - \delta(\tau)}^{r_0} r \cdot t(r, \tau) \cdot dr = t_{CT}(\tau) + \frac{\lambda_m \cdot \alpha_0 \cdot [t_{CT}(\tau) - t_0]}{\frac{\lambda \cdot \lambda_m}{r_0 + R} + \lambda \alpha_0 \ln \frac{r_0 + R}{r_0}} \cdot \left[\frac{(r_0 - \delta)^2}{2r_0\delta - \delta^2} \cdot \ln \frac{r_0 - \delta(\tau)}{r_0} + \frac{1}{2} \right].$$

Результати розрахунків та їх аналіз.

Одержані вище співвідношення можуть бути використані в квазілінійному варіанті поставленої задачі, якщо з літературних джерел залучити експериментальні дані з теплофізичних властивостей води, льоду та конструкційних матеріалів та провести апроксимацію їх залежності від температури. Розрахунки починаються з завдання значень внутрішнього діаметру $D_B = 2r_0$ барабана, його висоти L_B , температури кипіння холодоагенту t_0 та відповідного коефіцієнту тепловіддачі α_0 при його кипінні, температури води (розсолу) t_B та її витрат G_{H_2O} з розрахунком коефіцієнту тепловіддачі α_B і температури t_{kp} початку кристалізації води. Після цих розрахунків задається необхідне за технологічних умов значення δ товщини частинки лускатого льоду і розраховується за формулою (15) період обертання барабана чи його сколюючих ножів відносно поверхні барабана (число обертів $n_0 = 60/\tau$) та масова продуктивність льодогенератора $G_{ice} = \pi \cdot D_B \cdot L_B \cdot \rho \cdot \delta / \tau$. При цьому контролюється значення середньо-об'ємної температури частинок льоду t_v , яке може бути змінено до необхідного значення зміною температури кипіння холодоагента та його витрат через барабан льодогенератора, зміною температури води, її витрат та характеру теплообміну на границі вода – лід (струминне омивання поверхні барабана, потік води (розсолу) через весь його внутрішній переріз).

Проведені апробаційні розрахунки показали задовільну узгодженість з даними [11] щодо закономірності зміни товщини шару льоду $\delta(\tau)$ з часом у граничному випадку $r_0 \rightarrow \infty$.

Використання мастила, розчинного в аміаку, призводить до суттєвого підвищення значень коефіцієнту тепловіддачі α_0 в порівнянні з використанням мінеральних масел, зокрема, ХА -30. За даними [8] ці значення становлять близько 9100 проти 2000-2500 Вт/(м²К) і ми використали ці дані при розрахунках. Також для порівнянь результатів представляє інтерес уведення відносної продуктивності льодогенератора $G_{\text{відн}}$ – як відношення масової продуктивності льодогенератора G_{ice} до витрат води через льодогенератор $G_{\text{H}_2\text{O}}$. На рис. 1 представлено розрахункові характеристики льодогенератора та їх порівняння при використанні двох конструкційних матеріалів та розчинного в аміаку мастила – відносні продуктивності льодогенератора при цьому суттєво відрізняються.

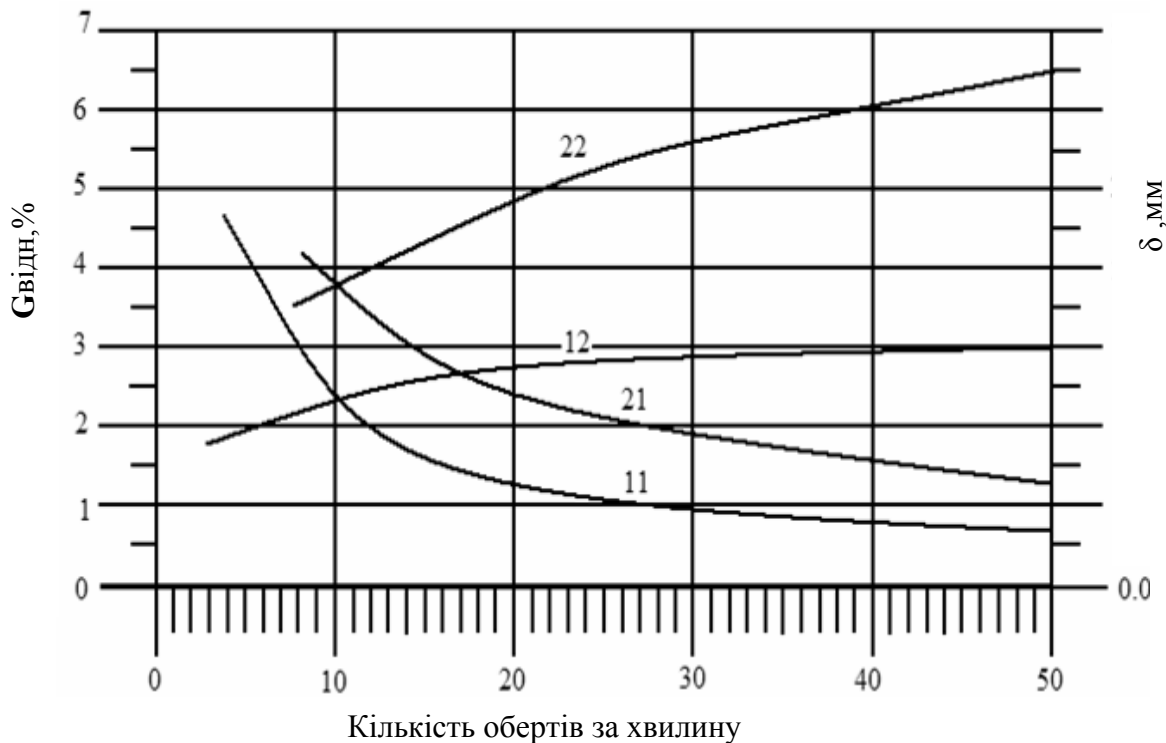


Рисунок 1. Товщина шару наморожуваного льоду та відносна продуктивність льодогенератора, виготовленого зі сталі 12Х18Н10Т (R = 8 мм, криві 11 та 12) та сплаву АМг5 (R = 12 мм, криві 21 та 22) у залежності від кількості обертів барабана ($t_B = 4^\circ\text{C}$, $G_{\text{H}_2\text{O}} = 30 \text{ м}^3/\text{Год}$, $t_0 = -30^\circ\text{C}$, $\alpha_0 = 9100 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К})$, $D_B = 340 \text{ мм}$, $L_B = 1000 \text{ мм}$)

На рис. 2 одержані результати демонструють прямий вплив на характеристики роботи льодогенератора значень коефіцієнту тепловіддачі (вимору мастила в аміачному апараті) при кипінні холодоагента. Закономірності, що зображені на рис. 3, дають змогу визначати зону режимних параметрів льодогенератора, що характеризуються середньооб'ємними температурами не вищими, наприклад, ніж мінус 5 °С.

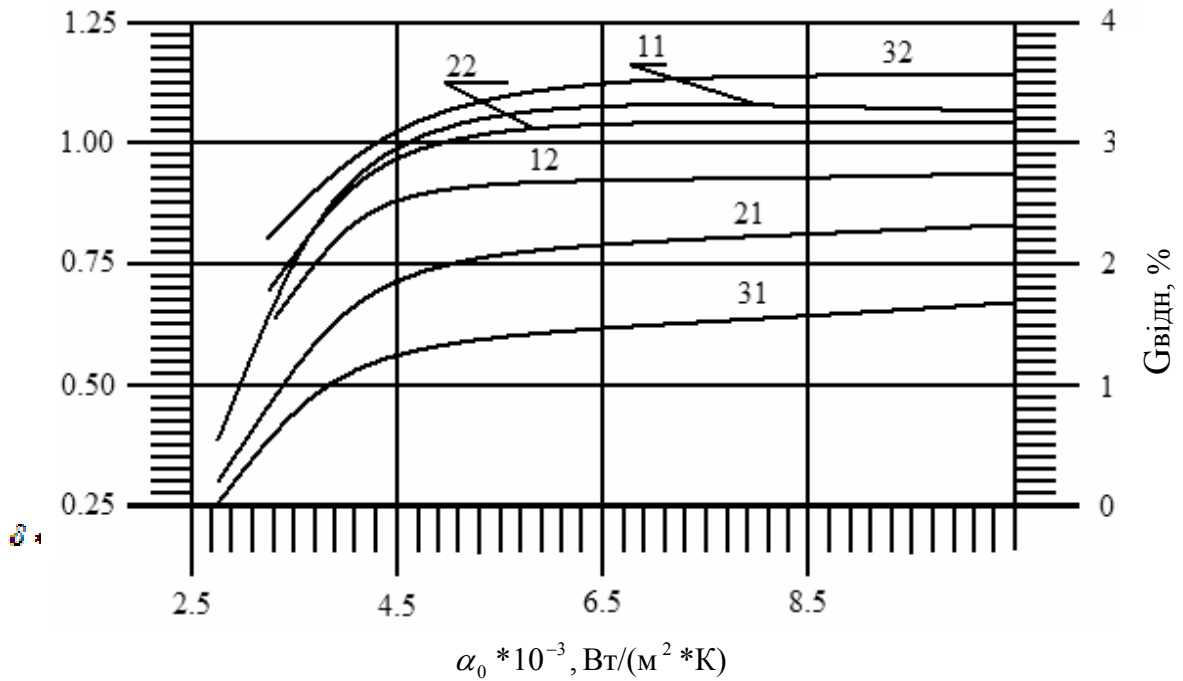


Рисунок 2. Товщина шару наморожуваного льоду (криві 11, 21, 31) та відносна продуктивність (криві 12, 22, 32) льодогенератора в залежності від значення коефіцієнта тепловіддачі при трьох значеннях кількості обертів $n_0 = 10, 15, 20$ об./хв. ($G_{H_2O} = 30 \text{ м}^3/\text{год}$, $t_B = 4^\circ\text{C}$, $D_B = 450 \text{ мм}$, $L_B = 1000 \text{ мм}$, $R = 12 \text{ мм}$, АМГ5)

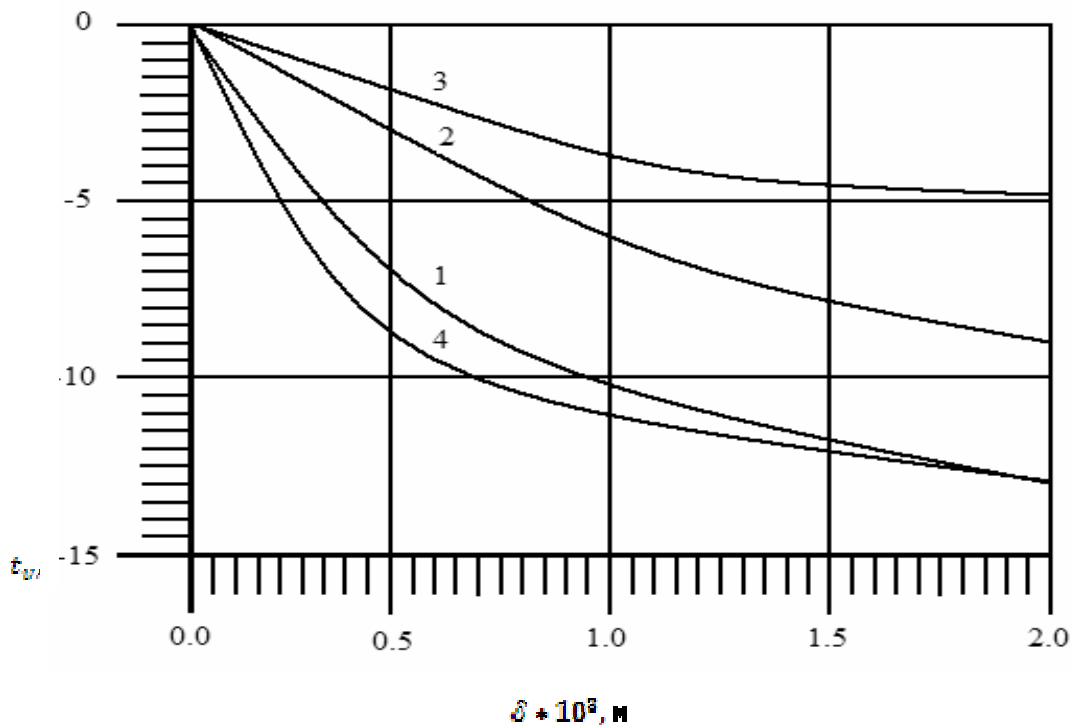


Рисунок 3. Середньооб'ємна температура сколеного льоду в залежності від його товщини ($t_B = 4^\circ\text{C}$, $G_{H_2O} = 30 \text{ м}^3/\text{год}$, $\alpha_0 = 9100 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К})$, $D_B = 340 \text{ мм}$, $L_B = 1000 \text{ мм}$: 1 – АМГ5, $t_0 = -30^\circ\text{C}$, $R = 12 \text{ мм}$; 2 – 12Х18Н10Т, $t_0 = -30^\circ\text{C}$, $R = 8 \text{ мм}$; 3 – АМГ5, $t_0 = -12^\circ\text{C}$, $R = 12 \text{ мм}$; 4 – лінія значень при різноманітних початкових профілях температур)

Висновки. Розроблена математична модель є достатньо простою і легко може бути використана для управління експлуатацією льодогенератора барабанного типу в залежності від технологічних вимог до характеристик лускатого льоду, продуктивності льодогенератора. Розрахунки за представленими співвідношеннями показали суттєву економічну ефективність вибору АМг5, як конструкційного матеріалу, з використанням розчинного в аміаку мастила. У цьому плані стає актуальною задача уточнення одержаних у даній роботі результатів шляхом чисельного аналізу нелінійного варіанту крайової задачі (1-9).

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Барабанные морозильные аппараты / [Фомин Н.В., Менин Б.М., Ржевская В.Б., Гуйго Э.И.]; под общей ред. Гуйго Э.И. – Л. : Машиностроение, 1986. – 160 с.
2. Оніщенко В.П. Вторинні холодоносії // Холод М+Т. – 2005. – № 5. – С. 26–31.
3. Оніщенко В.П., Хоменко О.В. Акумулятори холоду // Холод М+Т. – 2003. – № 4. – С. 32–35.
4. К.-J. Kim, S.-H. Lee, J. Ulrich. Experimental Thermal Conductivity of Ice Crystalline Layer in Layer Melt Crystallization / J. Ind. Eng. Chem. – 2003. – Vol. 9, № 2. – P. 111–116.
5. Finer S.I., Cleland A.C., Lovatt S.J. Simple mathematical model for predicting the transient behaviour of an ice-banc system / Int. J. of Refrigeration. – 1993. – Vol. 16, № 5. – P. 312–320.
6. Шаталина И.Н. Теплообмен в процессах намораживания и таяния льда. – Ленинград : Энергоиздат, 1990. – 120 с.
7. Патент № 48172, Україна (UA)/ C2/ 7 C10M133/04 133/24/. Компресорне масло / Чумак І.Г., Оніщенко В.П., Желєзний В.П., Танчук Ю.В., Дець М.М., Овчаренко В.С., Карєв В.І. – Опубл. 15.08.2002, Бюл. № 8.
8. NH₃-lösliches Öl ermöglicht Trockenexpansion und Fullmengenreduzierung // Kalte- und Klimatechn. – 1992. – 45. – № 11. – P. 868, 870–872, 874.
9. Кожевников И.Г., Новицкий Л.А. Теплофизические свойства материалов при низких температурах : справочник. – 2-е издание, перер. и дополн. – М. : Машиностроение, 1982. – 328 с.
10. Onistchenko V.P., Vjazovsky V.P., Gnatiuk P.G. The calculation of the processes of refrigeration technology at the foodstuff processing on the processing line // Proceedings of the XVIII-th International Congress of Refrigeration, Montreal, Quebec, Canada, August 10–17, 1991. – Paris: IIR, 1991. – Vol. III. – P. 1947–1950 (Report No 385).
11. Чуклин С.Г., Парцхаладзе Э.Г. Намораживание льда на плоской стенке в воде переменной температуры. – Холодильная техника и технология. – Киев : Техника, 1970. – вып. № 10. – С. 82–88.