



УДК 621.3.08

МЕТОД АПРОКСИМАЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Швец И.А.

Первомайский политехнический институт Национального университета кораблестроения им. адмирала Макарова, г. Первомайск

Рассмотрен и описан метод аппроксимации массивов данных, полученных в ходе экспериментального исследования процессов периодического характера, основанный на рассеянии графической зависимости периодического характера семейством параллельных прямых. Приведены результаты аппроксимации для произвольной функции и показаны возможные области применения метода, в том числе при исследовании газодинамических процессов в двигателе внутреннего сгорания.

Ключевые слова: аппроксимация, экспериментальные данные, периодические процессы, гармоника.

Введение. Современные технические средства измерений и диагностирования, используемые для получения текущих (мгновенных) параметров и динамических характеристик процессов, отражающих реальное состояние исследуемого объекта, имеют очень большой спектр выполняемых функций. Их взаимодействие с современными персональными электронно-вычислительными машинами (ПЭВМ), дает возможность значительно расширить область их использования.

Исследователь, при решении конкретной задачи характерной для данной области исследования, при всем многообразии предоставленных в его распоряжение технических и программных средств, сталкивается с некоторыми специфическими аспектами, требующими индивидуального подхода к решению поставленной задачи.

Так применение современных осциллографов работающих по принципу аналого-цифрового преобразования входящего сигнала, в паре с ПЭВМ позволяет получить и отобразить на мониторе характер протекания исследуемого процесса в реальном времени. Благодаря функции маркерных измерений есть возможность получения информации об исследуемом процессе в данный момент. Учитывая большой объем данных поступающих от объекта исследования, аппаратное и программное обеспечение осциллографов позволяет осуществлять определенный объем выборки данных с определенным интервалом. При этом ключевая задача исследования остается не решенной, так как исследователь, имея массив экспериментальных данных и графическую зависимость исследуемой величины на мониторе компьютера, не имеет её математической зависимости.

Получение математической зависимости возможно в ходе аппроксимации полученных данных. Основные методики аппроксимации описаны в источниках [1, 2, 3, 5]. В соответствии с рекомендациями, представленными в указанных источниках, выбор метода аппроксимации определяется конкретикой проблемы стоящей перед исследователем, а также характером исследуемого процесса или явления.

Постановка задачи. Характерной особенностью тепловых машин, и двигателя внутреннего сгорания в том числе, является циклический характер их работы. Для цикличности происходящих процессов и явлений характерным проявлением является повторяемость или периодичность процессов. Поэтому при наличии большого объема экспериментальных данных, полученных в ходе исследования периодического процесса, очень важно найти взаимосвязь между основными факторами, оказывающими существенное влияние на процесс и представить эту зависимость математически.

Таким образом, исходя из вышеизложенного, **целью статьи** является разработка метода аппроксимации экспериментальных данных с целью получения математической зависимости для процессов периодического характера.

Основная часть. Для решения поставленной задачи предлагается метод аппроксимации данных с применением тригонометрического разложения функции в ряд.



Как показывает практика аппроксимации данных согласно [4] наиболее точное и адекватное математическое описание процессов периодического характера возможно с применением тригонометрического разложения функции в ряд.

Предложенный в данной работе метод аппроксимации экспериментальных данных базируется на той гипотезе что, любой массив данных, для которого можно выделить периодичность, имеет свой неповторимый гармонический «характер», или говоря другими словами графическую и математическую зависимость, характерную только данного массива. Для выявления этой зависимости необходимо найти характерные точки, которые могут быть получены в результате в результате пересечения графика исследуемой функции с любой произвольной функцией, или в нашем случае, с семейством параллельных линий. Таким образом, указанные точки пересечения, будут корнями системы линейных уравнений, причем единственными во всем множестве возможных решений. Соответственно весь процесс аппроксимации сводится к нахождению таких точек и решению системы линейных уравнений, с нахождением амплитудных коэффициентов гармоник.

Для большей наглядности представим задачу графически (рис. 1).

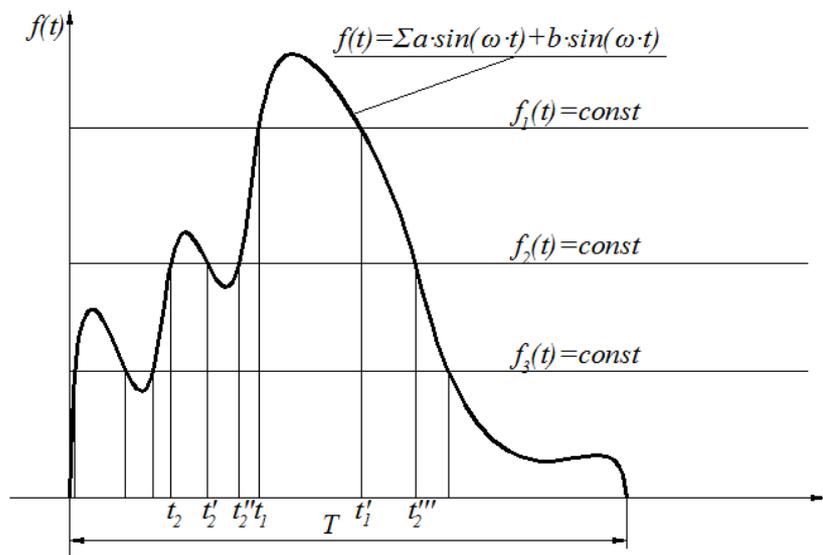


Рисунок 1 – Графическое представление задачи

К уже сказанному необходимо прибавить, что для периодических функций, необходимым и достаточным условием для реализации метода есть получение корней на полупериоде рассматриваемой функции. Это является очень весомой положительной стороной метода, так как позволяет практически в два раза уменьшить объем необходимых исходных данных для обработки.

Предположим, что в ходе экспериментальных измерений с применением аналого-цифрового преобразователя, исследователь получил графическую зависимость такую как на рис. 1. Тогда с помощью функции маркерных измерений, он может выявить характерные точки на оси абсцисс, или как в нашем случае t_1 , t_1' и другие. Если на основе полученных данных составить систему линейных уравнений, то получим:

$$a_{00} \cdot t_0' + a_{01} \cdot t_0'' + a_{02} \cdot t_0''' + \dots + a_{0n} \cdot t_0 = f_1(t);$$

$$a_{10} \cdot t_1' + a_{11} \cdot t_1'' + a_{12} \cdot t_1''' + \dots + a_{1n} \cdot t_1 = f_2(t);$$

...

$$a_{m0} \cdot t_m' + a_{m1} \cdot t_{m+1}'' + a_{m2} \cdot t_{m+2}''' + \dots + a_{mn} \cdot t_m = f_m(t),$$



где a_{mn} – амплитудный коэффициент; t_i' – абсцисса точки пересечения; $f_i(t)$ – функция семейства параллельных прямых.

После замены слагаемой величины – $a \cdot t$ гармонической составляющей – $a \cdot \sin(t)$ либо $b \cdot \cos(t)$ мы от алгебраического уравнения переходим к гармоническому ряду вида:

$$a_0 \cdot \sin(t_1) + b_1 \cdot \cos(t_1) + \dots + \sum a_1 \cdot \sin(\omega \cdot t_1) + b_1 \cdot \cos(\omega \cdot t_1) = f_1(t);$$

$$a_2 \cdot \sin(t_2) + b_2 \cdot \cos(t_2) + \dots + \sum a_2 \cdot \sin(\omega \cdot t_2) + b_2 \cdot \cos(\omega \cdot t_2) = f_2(t);$$

...

$$a_m \cdot \sin(t_m) + b_2 \cdot \cos(t_m) + \dots + \sum a_m \cdot \sin(\omega \cdot t_m) + b_m \cdot \cos(\omega \cdot t_m) = f_m(t),$$

где m – порядковый номер гармоники.

Используя матричный способ как один из самых распространённых методов решения системы линейных уравнений, выполним соответствующие преобразования и получим:

$$A \times M = F,$$

где A – матрица коэффициентов; M – матрица гармоник; F – матрица столбец ординат секущих функций.

Для проверки работоспособности описанного метода, а также подтверждения его адекватности и точности полученных результатов была разработана и реализована программа в среде MathCAD. В качестве объекта для проверки метода произвольно был выбран гармонический ряд вида $f(t) = 5 \cdot \sin(t) + 9 \cdot \cos(2t)$, по результатам расчета которого были получены массив значений функции $f(t)$ с интервалом $t=0,1 \cdot T$. Этот массив лег в качестве исходных данных в основу расчетной системы уравнений.

В качестве прямых рассекающих искомую зависимость было выбрано семейство параллельных линий следующего вида: $f_1(t) = 10$, $f_2(t) = 5$, $f_3(t) = 0$, $f_4(t) = -5$, и $f_5(t) = -10$. В результате расчета было найдено решение, состоящее из двух корней: $a=5,001$ и $b = 9,000$. Полученные погрешности при определении амплитудных коэффициентов связаны с особенностями численного решения такого рода задач. Исходная графическая зависимость, а также аппроксимирующая её функция отображена на рис. 2.

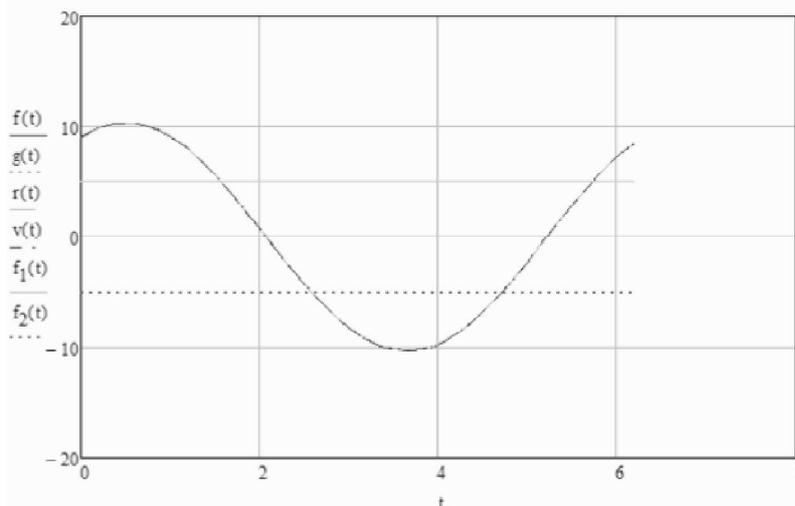


Рисунок 2 – Результаты аппроксимации гармонической гармонического ряда

Учитывая многообразие вариаций тригонометрических зависимостей описывающих гармонические функции, а также большое количество искомых коэффициентов, добиться уменьшения поиска аппроксимирующей функции наиболее приближенной к рассматриваемому процессу можно за счет задействования



гармонического ряда n -го порядка, так и гармонического полинома. Причем как указано в работе [4] с практической точки зрения он не должен превышать 6-й степенной порядок.

Учитывая возможности решения широкого спектра инженерных задач прикладного характера с помощью данного метода аппроксимации, целесообразно будет задействовать его для решения задач в области совершенствования и доводки двигателя внутреннего сгорания.

Например, к числу процессов имеющих сложный, не стационарный, условно периодичный характер относится изменение давления во впускном коллекторе во времени или по углу поворота коленчатого вала (рис. 3). Получение универсальной математической зависимости для описания его протекания, которую можно было бы применить для поршневого двигателя любого типа конструктивного исполнения, остается на сегодня довольно сложной задачей. Среди основных причин: особенности конструктивного исполнения впускного коллектора, объем и геометрия каналов системы впуска, наличие волновых процессов и другие факторы.

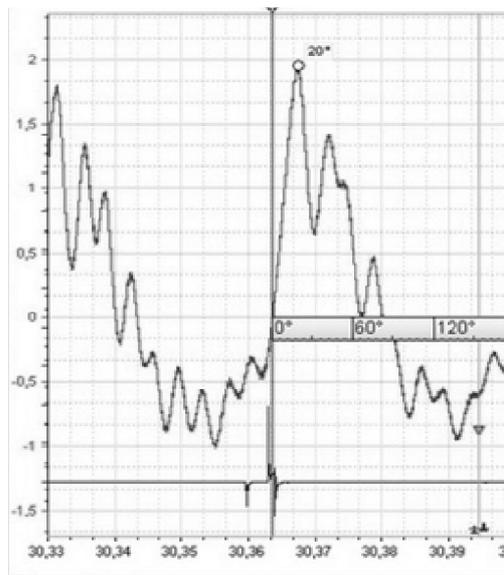


Рисунок 3 – Оциллограмма давления во впускном коллекторе автомобильного двигателя

Так для решения задач исследования характера течения газо-воздушного потока во впускном коллекторе численными методами изначально необходимо знать закон изменения давления во времени. Поэтому получение такой зависимости входе обработки данных позволит значительно уменьшить затраты как на подготовку исходных для моделирования, так и временные затраты на поиск верного решения.

Выводы. Представленный метод аппроксимации в ходе проверки произвольной функцией доказал свою работоспособность, а также подтвердил адекватность и достоверность. Он вполне может быть задействован для поиска аппроксимирующей зависимости при обработке экспериментальных данных периодических процессов, например для нахождения закона изменения давления во впускном коллекторе двигателя внутреннего сгорания.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бердышев В. И. Аппроксимация функций, сжатие численной информации, приложения / В. И. Бердышев, Л. В. Петрак. – Екатеринбург : УрО РАН, 1999. – 299 с.
2. Косарев В. И. 12 лекций по вычислительной математике (вводный курс) : учеб. пособие для вузов / В. И. Косарев. – М. : Изд-во МФТИ, 2000. – 224 с.
3. Ильин В. П. Численные методы решения задач строительной механики : справ. пособие / В. П. Ильин, В. В. Карпов, А. М. Масленников ; под общ. ред. В. П. Ильина. – Минск : Выш. шк., 1990. – 349 с.



4. Хандрос М. Я. Тригонометрическая аппроксимация дискретных последовательностей. Вычисление естественных спектров / М. Я. Хандрос. – DÜSSELDORF 2012-04-18. – 45 с.

5. Чивилихин С. А. Вычислительные методы в технологиях программирования. Элементы теории и практикум / С. А. Чивилихин. – СПб. : СПб ГУИТМО, 2008. – 108 с.

Швец І.А. МЕТОД АПРОКСИМАЦІЇ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ ПЕРІОДИЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Розглянуто та описано метод апроксимації масивів даних, отриманих в ході експериментального дослідження процесів періодичного характеру, який базується на розсіченні графічної залежності періодичного характеру сімейством паралельних прямих. Приведено результати апроксимації для довільної функції та показано можливі області застосування методу, в тому числі при дослідженні газодинамічних процесів в двигуні внутрішнього згорання.

Ключові слова: апроксимація, експериментальні дані, періодичні процеси, гармоніки.

Shvets I.A. METHOD OF APPROXIMATING THE EXPERIMENTAL DATA OF BATCH PROCESSES

And described the method for approximating datasets collected in the pilot study processes periodic nature, based on the dissection of the plot of the periodic nature of the family of parallel lines. Results of approximation for arbitrary functions and the possible applications of the method, including the study of dynamic processes in the internal combustion engine.

Keywords: approximation, the experimental data, batch processes, harmonic.

Статтю прийнято
до редакції 24.11.2013