



УДК 656.61052.001.2

МЕТОДИКА ВЫЧИСЛЕНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ЛИНИИ. СПОСОБЫ НАНЕСЕНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ЛИНИИ НА КАРТЕ МЕРКАТОРСКОЙ ПРОЕКЦИИ

Спешилов В.М.

Херсонская государственная морская академия

В статье предложена методика вычисления длины геодезической линии и способы прокладки этой линии на карте меркаторской проекции с помощью формул сферической тригонометрии, аргументом которых является приведенная сферическая широта начальной и конечной точек трансокеанского участка маршрута перехода судна. Конечной целью работы является повышение рентабельности морских грузоперевозок за счет экономии ходового времени на трансокеанском участке маршрута перехода судна.

Ключевые слова: дуга большого круга, геодезическая линия, приведенная сферическая широта точки.

Постановка проблемы и ее связь с практическими задачами.

Одним из важнейших условий безопасного мореплавания и повышения рентабельности морских грузоперевозок является умение осуществлять переход судна по наиболее выгодному экономически пути. Критерием наивыгоднейшего пути является выполнение перехода судна из порта погрузки в порт назначения в кратчайшее время при условии обеспечения безопасности плавания и сохранности груза. Определяющим фактором экономии ходового времени является оптимизация пути судна на трансокеанском участке маршрута перехода, так как прибрежное плавание лимитировано опасностями рельефа морского дна, границами опасных и запретных для плавания районов и системой управления движением судов.

Во всех источниках по навигации изложена методика плавания по дуге большого круга (ДБК), которая является кратчайшим расстоянием между двумя точками на земном шаре. Поскольку математической основой построения морских навигационных карт является земной сфероид, то наиболее точным плаванием по кратчайшему пути является плавание по геодезической линии (ГЛ), которая является ортодромией этого сфероида. Разность длины ГЛ и ДБК между двумя точками с заданными географическими координатами достигает 7 миль на 1000 миль плавания. Такая погрешность вычисления длины кратчайшей линии была соизмерима с погрешностью счисления пути судна в отдаленных от берега районах плавания до появления в 70-ых годах прошлого столетия навигационных спутниковых систем (НСС). Применение на судах автоматизированных информационно-управляющих систем (АИУС), сопряженных с НСС, дает возможность снизить потери ходового времени за счет более точного судовождения примерно на 1%. Это в свою очередь обеспечивает уменьшение расхода топлива на 3%.

Анализ последних публикаций, в которых начато решение проблемы и выделение нерешенных ранее частей общей проблемы. В [1] приведены приближенные формулы по вычислению длины локсодромии с учетом сфероидичности Земли, которую с помощью ортодромической поправки расстояния, выбранной из Мореходных таблиц ГУНиО МО РФ [2], можно перевести в длину геодезической линии. Однако формулы для вычисления длины локсодромии, изложенные в [1], дают достаточно точный результат при разности широт начальной и конечной точек локсодромии не более 2° ($\Delta\varphi_{НК} \leq 20^\circ$). Применение табличных значений ортодромической поправки расстояния делает невозможным использование программируемых электронно-вычислительных систем для определения геодезического расстояния. Способы нанесения геодезической линии на карте меркаторской проекции в учебных пособиях по навигации не изложены.

Цель статьи. Целью статьи является определение методики вычисления длины геодезической линии между двумя точками с заданными географическими координатами



с помощью простых математических формул и разработка способов прокладки этой линии на карте меркаторской проекции.

Во всех источниках по навигации для вычисления кратчайшего расстояния на трансокеанском участке маршрута перехода судна используют известную формулу сферической тригонометрии:

$$S_{ДБК} = \arccos(\sin\varphi_n \sin\varphi_k + \cos\varphi_n \cos\varphi_k \cos\Delta\lambda_{нк}) \quad (1)$$

Аргументами формулы (1) являются заданные географические координаты начальной и конечной точек трансокеанского пути судна, которые определяют положение этих точек на земном сфероиде. Поскольку формула (1) относится к сферической тригонометрии, то аргументами этой формулы должны быть сферические координаты, которые определяют положение точки на земном шаре.

Таким образом, применение заданных географических координат начальной и конечной точек трансокеанского пути судна в качестве аргумента в формуле сферической тригонометрии приводит к погрешности вычисления кратчайшего расстояния пути судна на карте меркаторской проекции. Так, например, если математической основой решения навигационных задач является земной шар, радиус которого равен большой полуоси земного сфероида ($R_{с\phi} = a$), то погрешность вычисления кратчайшего расстояния между точками А и В земного сфероида очевидна на рис. 1.

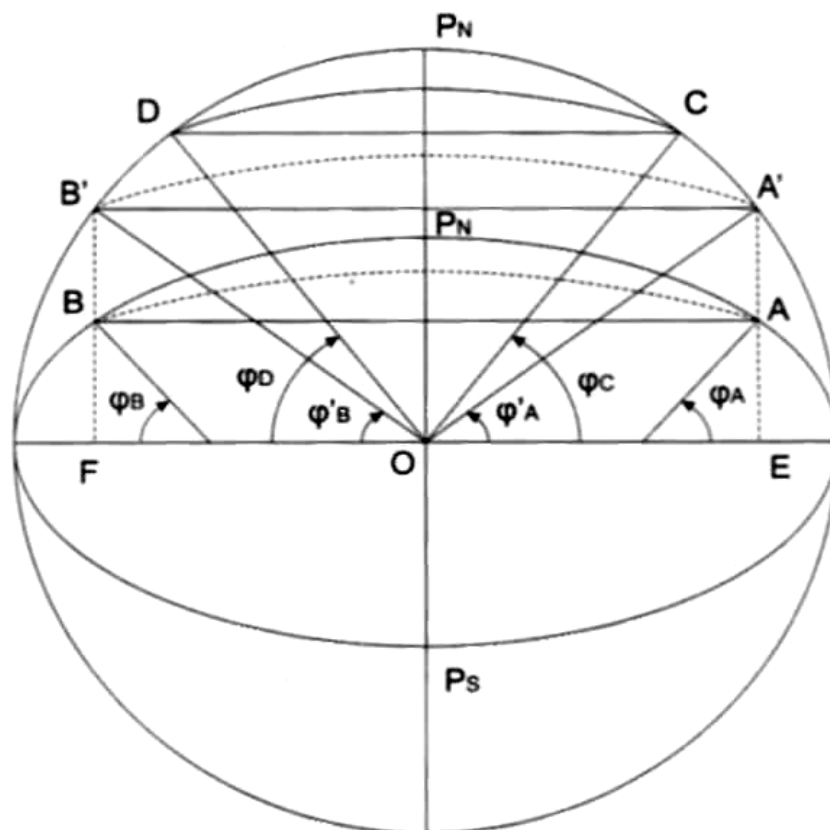


Рисунок 1 – Совмещение земного эллипсоида с земным шаром, радиус которого равен большой полуоси этого эллипсоида

Если точки А и В расположены на одной параллели земного сфероида ($\varphi_A = \varphi_B$) и при этом географическая широта точек А и В равна сферической широте точек С и D ($\varphi_A = \varphi_C; \varphi_B = \varphi_D$) то длина дуги большого круга CD, вычисленная с помощью формулы (1), получится меньше, чем длина геодезической линии АВ.



Если через точку A провести прямую AE , параллельную малой оси земного сфероида, и продолжить эту прямую до пересечения с поверхностью земного шара, то получим точку A' , сферическая широта которой φ_A . Аналогично получаем точку B' на земном шаре, сферическая широта которой φ_B .

Как видно на рисунке (1) – длина и форма дуги большого круга $A'B'$ близка к длине и форме геодезической линии AB . Поэтому применение сферической широты точек A' и B' (φ_A и φ_B) в формуле (1) дает наилучшую точность вычисления длины геодезической линии между точками A и B земного сфероида.

Таким образом, для вычисления длины геодезической линии и нанесения этой линии на карте меркаторской проекции с помощью формул сферической тригонометрии необходимо заданные географические координаты начальной и конечной точек ГЛ привести к сферическим координатам. Поскольку плоскость истинного меридиана земного сфероида совпадает с плоскостью истинного меридиана земного шара, то географическая широта точки равна сферической широте. Поэтому необходимо вывести формулу по приведению географической широты точки к сферической широте.

Порядок приведения географической широты точки к сферической широте на земном шаре, радиус которого равен длине большой полуоси земного эллипсоида (рис. 2):

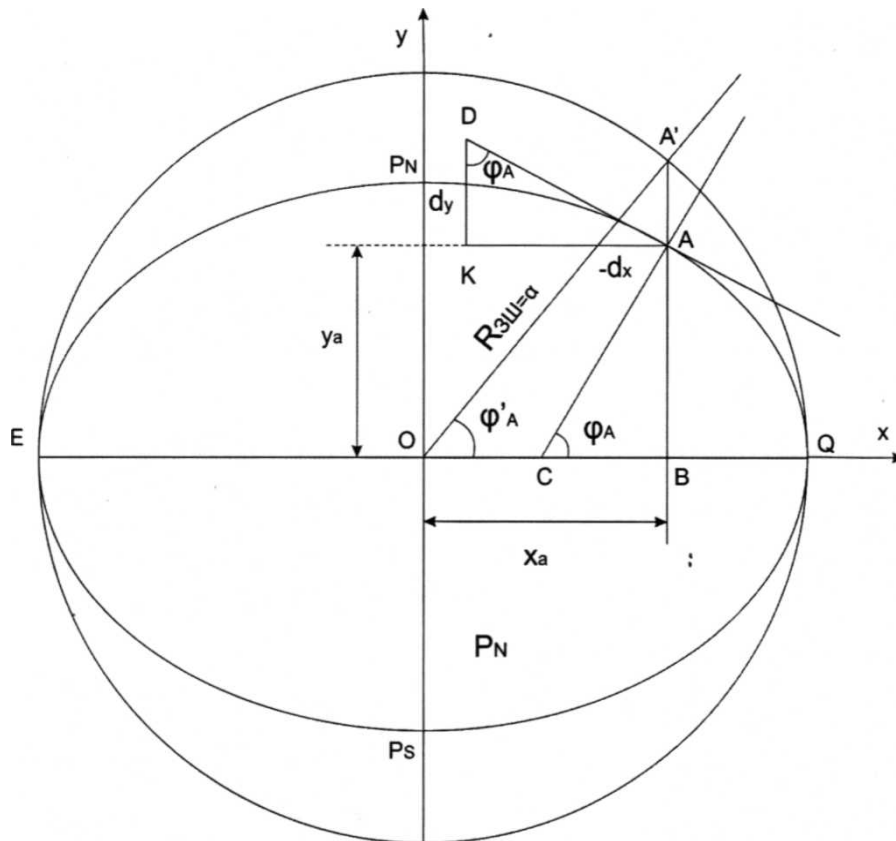


Рисунок 2 – Совмещение земного эллипсоида с земным шаром, радиус которого равен большой полуоси этого эллипсоида

1. Вычерчиваем меридианный эллипс EP_NQP_S .
2. Из центра этого эллипса O проводим окружность, радиус которой равен длине большой полуоси земного эллипсоида, и получаем сферический меридиан земного шара.
3. Через произвольную точку A меридианного эллипса параллельно малой оси земного эллипсоида проводим прямую линию AB до пересечения с истинным меридианом земного шара в точке A' .



4. Проводим нормаль АС к меридианному эллипсу и получаем угол АСQ, который является географической широтой точки А на поверхности земного эллипсоида, и обозначаем этот угол φ_A .

5. Проводим нормаль А'О к сферическому меридиану и получаем угол А'ОQ, который является приведенной сферической широтой точки А и обозначаем этот угол φ'_A .

6. Выводим формулу для вычисления приведенной сферической широты φ'_A .

6.1 Обозначаем элементарные приращения меридианного эллипса – dx и dy помощью прямоугольного треугольника АКD.

6.2 Производную $y' = -\frac{dy}{dx}$ получаем двумя способами:

6.2.1 Из треугольника АКD:

$$y' = -\frac{dy}{dx} = -ctg\varphi_A. \quad (2)$$

6.2.2 Дифференцированием уравнения эллипса:

$$\frac{x_A^2}{a^2} + \frac{y_A^2}{b^2} = 1 \rightarrow y_A = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x_A^2} = \frac{b}{a} (a^2 - x_A^2)^{\frac{1}{2}};$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{b}{a} \cdot \frac{1}{2} (a^2 - x_A^2)^{\frac{1}{2}-1} (-2x) = -\frac{bx_A}{a\sqrt{a^2 - x_A^2}}. \quad (3)$$

6.3 С учетом того, что $x_A = x'_A = a \cos \varphi'_A$ – формула (3) приобретает следующий вид:

$$y' = \frac{ba \cos \varphi'_A}{a\sqrt{a^2 - a^2 \cos^2 \varphi'_A}} = -\frac{b \cos \varphi'_A}{a \sin \varphi'_A} = -\frac{b}{a} ctg \varphi'_A. \quad (4)$$

6.4 Из формул (3) и (4) получаем формулу для вычисления приведенной сферической широты точки А:

$$y' = -\frac{b}{a} ctg \varphi'_A = -ctg \varphi_A \rightarrow tg \varphi'_A = \frac{b}{a} tg \varphi_A, \quad (5)$$

где $\frac{b}{a}$ – это коэффициент сжатия эллипса, который можно выразить через сжатие эллипса

$$\alpha = \frac{a-b}{a};$$

$$\frac{b}{a} = 1 - \frac{a-b}{a} = 1 - \alpha \rightarrow tg \varphi'_A = (1 - \alpha) tg \varphi_A. \quad (6)$$

Таким образом, исходя из формулы (6) – приведенную сферическую широту начальной и конечной точек трансокеанского пути судна вычисляют по формулам:

$$\varphi'_i = (1 - \alpha) tg \varphi_i; \quad (7)$$

$$\varphi'_k = (1 - \alpha) tg \varphi_k, \quad (8)$$

где α – полярное сжатие земного эллипсоида; φ_i – заданная географическая широта начальной точки трансокеанского пути судна; φ_k – заданная географическая широта конечной точки трансокеанского пути судна. Таким образом, длину геодезической линии



между начальной и конечной точками трансокеанского пути судна с помощью основной формулы сферической тригонометрии для вычисления дуги большого круга:

$$L_{ГЛ} = \arccos[\sin(\pm\varphi'_н)\sin(\pm\varphi'_к) + \cos\varphi'_н \cos\varphi'_к \cos\Delta\lambda_{нк}], \quad (9)$$

где $\varphi'_н$ – приведенная сферическая широта начальной точки трансокеанского пути судна, которую вычисляют по формуле (7); $\varphi'_к$ – приведенная сферическая широта конечной точки трансокеанского пути судна, которую вычисляют по формуле (8); $\Delta\lambda_{нк}$ – разность географических долгот начальной и конечной точек трансокеанского пути судна.

Поскольку математической основой формулы (9) является земной шар, радиус которого равен длине большой полуоси земного эллипсоида, то длину одной минуты дуги истинного меридиана этого земного шара вычисляют по формуле:

$$\Delta l' = R_{зш} \arcl' = a \cdot \arcl', \quad (10)$$

Поскольку $\Delta l' = a \cdot \arcl'$ – это длина экваториальной (географической) мили, то длину геодезической линии вычисляют с помощью формулы (9) в экваториальных (географических) милях.

Для того, чтобы длины геодезической линии, вычисленную в экваториальных милях, выразить в морских милях, применяют зависимость:

$$1 \text{э(гг)мил} = \frac{a \cdot \arcl'}{1852} \text{ м.мил.} \quad (11)$$

С учетом формулы (11) – формула для вычисления длины геодезической линии принимает следующий вид:

$$L_{ГЛ} = \frac{a \cdot \arcl'}{1852} \arccos[\sin(\pm\varphi'_н)\sin(\pm\varphi'_к) + \cos(\pm\varphi'_н)\cos(\pm\varphi'_к)\cos\Delta\lambda_{нк}]. \quad (12)$$

Нанесение геодезической линии на карте меркаторской проекции производится в следующей последовательности:

1. Одним из известных способов вычисляют координаты промежуточных точек дуги большого круга с помощью известных формул сферической тригонометрии, аргументом которых является приведенная сферическая широта начальной и конечной точек трансокеанского пути судна.

2. Вычисленную приведенную сферическую широту всех промежуточных точек ДБК преобразуют в географическую широту этих точек:

$$\varphi_i = \arctg \frac{tg\varphi'_i}{1-\alpha}. \quad (13)$$

3. В режиме табличного метода создания маршрута перехода судна на электронной карте вводят вычисленные географические координаты всех промежуточных точек в таблицу данных по создаваемому маршруту или наносят эти точки на бумажных путевых картах – сетках трансокеанского участка маршрута перехода.

Выводы и перспектива дальнейшей работы по данному направлению. Предложенный в работе метод вычисления длины геодезической линии и прокладки этой линии на карте меркаторской проекции создает предпосылки к разработке программного обеспечения судовых электронных картографических систем по отображению на дисплее траектории движения судна по геодезической линии, которая обеспечивает наилучшую точность судовождения.

На сегодняшний день в условиях растущих цен на нефтепродукты в условиях всемирного кризиса, экономия топлива является одним из определяющих фактором рентабельности торгового судоходства. В силу того, что экономия ходового времени позволяют снизить расход ГСМ, данная методика путем несложных модификаций



программного кода судової електронної картографічної системи дає можливість збільшити рентабельність судноходства без суттєвих затрат виробничих ресурсів і потужностей.

На сьогоднішній день в умовах ростиючих цін на нафтопродукти в умовах всесвітнього кризи, економія палива є одним з визначальних факторів рентабельності торгового судноходства. В силу того, що економія ходового часу дозволяють знизити витрати ГСМ, даний методика шляхом нескладних модифікацій програмного кода судової електронної картографічної системи дає можливість збільшити рентабельність судноходства без суттєвих затрат виробничих ресурсів і потужностей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дмитриев В. И. Навигация и лоция : учебник для ВУЗов / В. И. Дмитриев, В. Л. Григорян, В. А. Котенин. – М. : ИКЦ «Академкнига», 2004. – 471 с.
2. Мореходные таблицы. (МТ-2000). – М. : изд. ГУНиО МО РФ, 2000.
3. Лесков М. М. Навигация: учебник [для ВУЗов морск. транспорта] / М. М. Лесков, Ю. К. Баранов, М. И. Гаврюк – М. : Транспорт, 1986. – 360 с.
4. Ющенко А. П. Навигация: учебник для вузов / А. П. Ющенко, М. М. Лесков. – М. : Транспорт, 1965. – 411 с.

Спешилов В.М. МЕТОДИКА ОБЧИСЛЕННЯ ГЕОДЕЗИЧНОЇ ЛІНІЇ. СПОСОБИ НАНЕСЕННЯ ГЕОДЕЗИЧНОЇ ЛІНІЇ НА КАРТІ МЕРКАТОРСЬКОЇ ПРОЕКЦІЇ.

В статті запропонована методика обчислення довжини геодезичної лінії та способи нанесення цієї лінії на карті меркаторської проекції за допомогою формул сферичної тригонометрії, аргументом яких є приведена сферична широта початкової та кінцевої точок трансокеанської ділянки маршруту переходу судна. Кінцевою метою роботи є підвищення рентабельності морських вантажоперевезень за рахунок економії ходового часу на трансокеанській ділянці маршруту переходу судна.

Ключові слова: дуга великого кола, геодезична лінія, приведена сферична широта точки.

Speshylov V.M. METHOD OF CALCULATION THE GEODESIC LINE. METHOD OF APPLICATION THE GEODESIC LINE ON THE MERCATOR CHART

The calculation procedure of a geodesic line's length and how to lay this line on a Mercator chart with the help of spherical trigonometry formulas, the argument of which is a rectified spherical latitude of initial and finishing points of transoceanic area of a vessel's transit lane, is proposed in this article.

A final aim of the article is to rise the profitability of cargo shipping at the account of time saving on the transoceanic area of a vessel's transit lane.

Keywords: arc of the great circle, geodesic line, rectified spherical latitude of a point.